

შაკ 628.1

წყლის ხარისხის შეფასება სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესამოწმებლად α მეთოდის გამოყენებით

ა. ბეგიაშვილი, გ. სოსელია

(საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი)

რეზიუმე: სტატისტიკური ჰიპოთეზის შესამოწმებლად α მეთოდის გამოყენებით შესაძლებელია წყლის ხარისხის შეფასება მოხდეს მათემატიკური მოდელის გამოყენებით იმ შემთხვევაში, როცა წინასწარაა ცნობილი კოეფიციენტების ზუსტი მნიშვნელობები.

ამოცანა განიხილება ორი ჰიპოთეზის – წყლის მდგომარეობის (უვნებელი და მავნე) შემოწმებაზე. მის გადასატრედად ვსარგებლობთ ლეიმანისა და ცეიტლინის თეორიებით, რათა არ მოხდეს „წყლის გამწმენდის“ ეკონომიკური ინტერესების უგულვებელყოფა (არ გაუძვირდეს ხარჯები). გამოთვლისას ეს პირობა მხედველობაში მიიღება. ჰიპოთეზის საბოლოო შედეგი მოცემულია ცხრილში. ესენია α და μ მნიშვნელობები – „წყლის გამწმენდისა“ და წყლის მომხმარებლისთვის.

საკვანძო სიტყვები: სტოქასტიკური დროებითი დაკვირვება; მათემატიკური მოდელი; დისპერსია; სტატისტიკური ჰიპოთეზა; სტიუდენტის განაწილება; კრიტიკული მიდამო.

1. შესავალი

სასმელ წყალზე ანთროპოგენული ზემოქმედებით მიყენებული ზარალის შედეგად წყლის ხარისხის შესაფასების მრავალი მეთოდი არსებობს. წყლის ხარისხის სტანდარტები დადგენილია 800-ზე მეტი ქიმიურ შენაერთისთვის. ისინი 3 ჯგუფად იყოფა: საერთო-სანიტარიული; სანიტარიულ-ტოქსიკოლოგიური; ორგანო-

ლექტიკური. მათ დასადგენად გამოიყენება მეთოდთა ფართო კომპლექსი: ფიზიოლოგიური; ბიოქიმიური; ფიზიკურ-მათემატიკური და სხვა. თანამედროვე ტექნიკური საშუალებები უზრუნველყოფს წყალში არსებულ, პრაქტიკულად, ყველა ინგრედიენტის განსაზღვრას, რომელიც მასში მოხვდა ანთროპოგენული ზემოქმედებით.

იმის გამო, რომ ეს მეთოდები საკმაოდ შრომატევადია და მათთვის გამოყენებული აპარატურა საკმაოდ სირთულისაა, ისინი პრაქტიკაში ხშირად არ გამოიყენება. საინფორმაციო ბაზის სრულყოფის შემთხვევაში შესაძლებელია მათი სტატისტიკური ჰიპოთეზის მეთოდით დადგენა. ქვემოთ მოცემულია ამ მეთოდის ვარგისობის შესწავლა.

2. პირითადი ნაწილი

განხილული სხვა მეთოდები ემყარება ისეთ მიდგომას, როდესაც წინასწარაა ცნობილი C_1, C_2, \dots, C_n კოეფიციენტების ზუსტი (რეალური) მნიშვნელობები, რომელიც დადგინდა მოცემული წყლის წყაროსათვის. რეალურად მკვლევარს საქმე აქვს $C_j, j = \overline{1, n}$ ემპირიულ არჩევით მონაცემებთან, სტოქასტიკური დროებითი დაკვირვებიდან კი – პრინციპული ალბათური პირობა იმის გამო, რომ ანთროპოგენული ფაქტორები არასტაციონარულად ზემოქმედებს.

ვთქვათ, $(C_1, C_2, \dots, C_n)^T$ წყალში მინარევების კონცენტრაციის შემთხვევითი ვექტორია, რომლის ელემენტები დამოუკიდებელია და იზომება შემთხვევითი ცდომილებით. ყოველი j კომპონენტის კონცენტრაციას ($j = \overline{1, n}$) აქვს განაწილების ნორმალური კანონი – მათემატიკური მოლოდინით $M\{C_j\}$ და დისპერსიით $D\{C_j\}$.

დავუშვათ, გვაქვს წარმომადგენლობითი არჩევა $(C_{ij})_{i=1}^{N_j}$ მოცულობითა და გაზომვების პარალელური მნიშვნელობის N_j მავნე ნივთიერებათა კონცენტრაციით, რაც საშუალებას იძლევა მივიღოთ პარამეტრის შეფასება $C_j M\{C_j\}$ მათემატიკური მოლოდინით და $S_j \rightarrow D\{C_j\}^{0.5}$ საშუალო კვადრატული გადახრის შემთხვევითი

$$\text{შესაბამისი განაწილებით } C_j : (C_j) = \sum_{i=1}^{N_j} C_{ij} / N_j, S_j = \left[\sum_{i=1}^{N_j} (C_{ij} - \overline{C_j})^2 / f_j \right]^{0.5}, \text{ სადაც}$$

$$f_j = N_j - 1 \text{ თავისუფალი სიდიდის ხარისხის რიცხვია } S_j (j = \overline{1, n}).$$

განვიხილოთ წყლის ხარისხის შეფასების შესაძლო კომპლექსური მიდგომა *СанПиН* 2.1.5.980–00 წყალში ქიმიური ნივთიერების აღმოჩენისას, რომელთაც ერთნაირი ლიმიტირებული მაგნიტობის ნიშანი აქვს. აღმოჩენილ კონცენტრაციათა ჯამის შესაბამისობა მაქსიმალური დაშვების კოეფიციენტთან,

$$\mu = \frac{C_1}{MPC_1} + \frac{C_2}{MPC_2} + \dots + \frac{C_n}{MPC_n} \cdot 1, \quad (1)$$

არ უნდა იყოს ერთზე მეტი. ფორმულის გამოყენებისას იგულისხმება წყლის ხარისხის შეფასების ორი შედეგი – “უვნებელი” $\mu < 1$ და “მაგნიტური” $\mu > 1$.

რადგან C_i დამაბინძურებელია, კონცენტრაციები შემთხვევითი სიდიდეებია და წყლის ხარისხის კრიტერიუმებიც, რამდენადაც ისინი მათზეა დაფუძნებული, ასევე შემთხვევითი იქნება. წყლის ხარისხის შესაფასებლად აუცილებელია ვისარგებლოთ სტატისტიკური ჰიპოთეზის თეორიით (ლეიმანი, 1964).

წყლის დაბინძურების μ მაგნიტობის მათემატიკური მოლოდინის შეფასების სტატისტიკა შეიძლება გამოითვალოს (1) ფორმულით, სადაც C_j პარამეტრების ნაცვლად ჩაისმება მათი შესაბამისი შეფასებები – \bar{C}_j ; $m = \sum_{j=1}^n \bar{C}_j / MPC \rightarrow \mu$; აქ მაქსიმალური დაშვების კოეფიციენტი ნამდვილი, რეალური სიდიდეა.

S_m^2 - ის შეფასება $D\{\mu\}$ და D_μ^2 დისპერსიებით – წყლის ხარისხის მაგნიტური μ გამოითვლება ფორმულით:

$$S_m^2 = \sum_{j=1}^n S_j^2 / MPC_j^2 \rightarrow \sigma_\mu^2 = D\{\mu\}; \quad S_\mu^2 = \sum_{j=1}^n S_j^2 / MPC_j^2 \cdot N_j. \quad (2)$$

ფორმალურად ამოცანა შემდეგში მდგომარეობს: აუცილებელია წყლის ხარისხის შეფასება მოხდეს ორი ჰიპოთეზის – $H_A: \mu < 1$ (უვნებელი) და $H_B: \mu > 1$ (მაგნიტური) მიმართ, შემოწმების გზით. ამისათვის გამოვიყენებთ ლეიმანისა (1964) და ცვიტლინის (1984) თეორიებს:

1. ჰიპოთეზის სტატისტიკურ მახასიათებლად აიღება სტიუდენტის განაწილება, თავისუფლების ხარისხით მცირე მნიშვნელობისათვის $f(1 \leq f \leq 25)$ და Z ნორმირებული განაწილებით მაღალი სიდიდეებისთვის $f(f > 25)$.

¹ MPC – მდკ (მაქსიმალური დაშვების კოეფიციენტი)

2. H_0 ჰიპოთეზის ფორმულირებისას შეცდომით გადაცდომა იძლევა დიდ ზიანს. მაგალითად, წყალსატევის ეკოსისტემის თვალსაზრისით, H_B გადახრა, როცა ის ჭეშმარიტია, მიგვიყვანს უფრო მძიმე შედეგამდე, ვიდრე ჩვეულებრივი H_A , როდესაც ისიც ჭეშმარიტია. აქედან გამომდინარე, $H_0 = H_B : \mu \geq 1$ ალტერნატივის საპირისპიროდ

$$H_1 = H_A : \mu < 1. \quad (3)$$

3. α_K -ს ეძლევა კრიტიკული დონის მნიშვნელობა ცეიტლინის შრომებში. ინტერვალი $0,3 \leq \alpha_K \leq 1$, როცა პასუხისმგებლობა დასკვნებზე ძალიან მცირეა, მაშინ $0,1 \leq \alpha_K < 0,3$ – მცირეა, $0,03 \leq \alpha_K < 0,1$ – ჩვეულებრივი, $0,001 < \alpha_K < 0,03$ – დიდი და $0 < \alpha_K < 0,001$ – მაქსიმალური.

4. ჩატარდება აუცილებელი ექსპერიმენტები, რომელთა მიზანია მივიღოთ წარმომადგენლობათა შერჩევა $(C_{ij})_{i=1}^{N_j}$ მოცულობით $N_j - C_j \left(i = \overset{\star}{1, n} \right)$ მონაცემთა მნიშვნელობის პარალელური გაზომვით.

5. გამოითვლება $\overset{\star}{\alpha}$ დონე (α შესამოწმებელი ჰიპოთეზის შეცდომითი გადახრა H_0 , თუ ის ჭეშმარიტია):

$$\bar{\alpha} = 0,5 - 0,5 \cdot \left[1 - e^{-0,6118 \cdot Z_\alpha^2} \right]^{0,5}, \quad (4)$$

სადაც $Z_\alpha = L - [L^2 - 2t_{f,\alpha} \cdot (f + 3)]^{0,5}$, $L = f + 1,5 \times t_{f,\alpha} + 3$; $t_{f,\alpha}$.

α არის ზედა ზღვარი სტიუდენტის განაწილებით ($t_{f,\alpha} > 1$) cf თავისუფლების ხარისხით, რომელიც გამოითვლება უელჩას ფორმულით (ბრაუნლი, 1977):

$$f = S_m^4 / \sum_{j=1}^n S_j^4 / MDK_j^4 \cdot f_j.$$

თუ განიხილება $H_0 = H_B$, მაშინ $t_{f,\alpha}$ ტოლია:

$$t_{f,\alpha} = \left(1 - \overset{\star}{\mu} \right) / S_\mu. \quad (5)$$

6. შესამოწმებელი შედეგი მიიღება ნულოვანი ჰიპოთეზის გადახრის პირობიდან $\overset{\star}{\alpha} \leq \alpha_K$; თუ $\overset{\star}{\alpha} > \alpha_K$, მაშინ H_0 ჰიპოთეზას უარყოფთ.

ნულოვანი ჰიპოთეზის H_0 ფორმულები აღნიშნავს “წყლის მომხმარებლის” შეხედულებას, ეი მოსახლეობის, რომლებიც მოიხმარენ წყალს როგორც სასამელად, ისე საყოფაცხოვრებო დანიშნულებით. მომხმარებლის პოზიციით, ჰიპოთეზის შეცდომით უგულებელყოფას (წყალი ცუდი ხარისხისაა) შეიძლება მოჰყვეს მძიმე შედეგი. α_K -ს კრიტიკული მნიშვნელობა აირჩევა მაღალი ან ძალიან მაღალი პასუხისმგებლობით – $\alpha_{K\blacklozenge} = 0.01$.

ასევე უნდა გავითვალისწინოთ “წყლის გამწმენდის” ეკონომიკური ინტერესებიც. თუ უგულებელყოფილია ჰიპოთეზა – წყალი სუფთაა H_A და როდესაც ეს ჭეშმარიტებაა, მაშინ ძვირდება ხარჯები იმასთან შედარებით თუ შეცდომით აქ H_B უგულებელყოფილია. ამიტომ, „წყლის გამწმენდისთვის“ $H_0 = H_A : \mu \leq 1$ $H_1 = H_B : \mu > 1$ წინააღმდეგ α -ს ზედა ზღვარი სტიუდენტის განაწილებით იქნება:

$$t_{f,\alpha} - (\bar{\mu} - 1) / S_{\mu}^- \quad (6)$$

შესამოწმებელი \sqrt{g} ჰიპოთეზისათვის შეიძლება შევარჩიოთ უფრო “რბილი” დონე საკვების პასუხისმგებლობაზე. მაგ., კრიტიკული მნიშვნელობა $\alpha_{KB0} = 0.1$.

$(0 < \leq \alpha_{ki})$ $(i [WC^1; WU^2])^2$ ნულოვანი ჰიპოთეზისაგან გადაცდომას კრიტიკულს უწოდებენ.

კრიტიკული მიდამო \sqrt{g}^3 -სთვის არის $\mu : \mu_{kwc} < \mu < \infty$, ხოლო $\sqrt{g}^4 - \mu : 0 < \mu < \mu_{kwu}$. (4)ის საშუალებით ადვილია $t_{f,\alpha}$ -ის გამოსახვა. μ -ის კრიტიკულ მნიშვნელობები მიიღება (დუბნიცკი, ცვიტლინიდან 1999) მათი (5) და (6) ჩასმით.

$$\mu_{kwc} = 1 + t_{f,\alpha} \alpha_{\mu}^{-S}; \alpha = \alpha_{kwo}; \mu_{kwu} = 1 - t_{f,\alpha} \alpha_{\mu}^{-S}; \alpha = \alpha_{kwu}.$$

ნახაზზე μ ფუნქციის განაწილება მოცემულია, როდესაც H_0 ჭეშმარიტია $F\mu$ (წყალგამწმენდისათვის) და $P(<\mu)$ – წყლის მომხმარებლისათვის. ნათელია, რომ $P(\mu) = 1 - F(\mu)$.

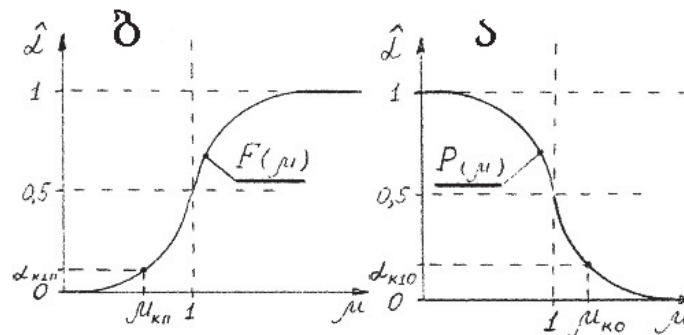
¹ WC- წყლის გამწმენდი (Water Cleaner);

² WU- წყლის მომხმარებელი (Water User)

³ “წყლის გამწმენდი”

⁴ წყლის მომხმარებელი

დაშვება	იმ პირის პოზიცია, რომელიც აღგენს დასკვნას	ჰიპოთეზის ჭეშმარიტების მიხედვით შედეგის დადგენა	
		$H_A : m < 1$ უენებელი წყალი	$H_B : m > 1$ მავნე წყალი
უარყოფა $H_B : m > 1$ უენებელი	წყლის გამწმენდი სადგური (წგ)	ჭეშმარიტია: გადასახადს იღებს უენებელ წყალზე	შეცდომა: იხდის გადასახადს როგორც უენებელზე, სინამდვილეში ის მავნეა
	წყლის მომხმარებელი (წმ)	ჭეშმარიტია: იხდის უენებელ წყალზე	შეცდომა: იხდის როგორც უენებელზე, მაგრამ იწამლება მავნე წყლით
უარყოფა $H_A : m < 1$	წყლის გამწმენდი სადგური (წგ)	შეცდომა: წყლის გაწმენდაზე ზედმეტი ხარჯი	ჭეშმარიტია: საჭიროა ხარჯები წყლის გასაწმენდად ან ჯარიმა
	წყალი მავნებელია	შეცდომა: წყლის შეზღუდვით გამოწვეული ხარჯი	ჭეშმარიტია: საჭიროა ხარჯები წყლის შეზღუდული მიწოდების გამო



აღონის მნიშვნელობებია კრიტიკულ ზღვარზე, წყლის ხარისხის მაჩვენებელი μ იმ პირობით, ვინც იღებს გადაწყვეტილებას: ა) წყლის გამწმენდი; ბ) წყლის მომხმარებელი.

წყლის ხარისხის შეფასებისას არსებობს შუალედი ($\mu_{кн} < \mu < \mu_{кп}$), რომელშიც გვხვდება სადავო საკითხები. წგ და წმ-ს თვალსაზრისით შორის ამ პრობლემის გადასაჭრელად უნდა გავხარდეთ N_j შერჩევითა მოცულობა. (3) ფორმულის თანახმად, საშუალო კვადრატული გადახრაა S_μ , μ -ის ახალი შეფასებით N_j

მცირდება იქ სადაც შუალედი მცირდება. უფრო ნაკლები ხარჯია, როდესაც ორივე სუბიექტს შორის მოხდება შეთანხმება და გადაისინჯება კრიტიკული ზღვრების მნიშვნელობა.

3. დასკვნა

ზემოთ მოყვანილი მეთოდით დგინდება შუალედი ($\mu_{k_{\text{квн}}} < \mu < \mu_{k_{\text{квс}}}$), რომელშიც გეხვედება წყლის მომხმარებლისა და წყლის დამხარჯის თვალსაზრისთა წინააღმდეგობა. ამ პრობლემის გადასაჭრელად უნდა გაიზარდოს N_j შერჩევათა მოცულობა. μ -ის ახალი შეფასებით N_j მნიშვნელობის შემცირებით მიიღწევა ორივე სუბიექტათვის ხარჯის შემცირება. ეს უკანასკნელი საშუალებას იძლევა გადაისინჯოს კრიტიკული ზღვრების მნიშვნელობები.

ლიტერატურა

1. Балацкий О. Ф., Мельник Л. Г. Учет факторов времени при расчете экономического ущерба от загрязнения атмосферы // Изв. вузов. Сер. Цветная металлургия, 1978, № 5, с. 137-143.
2. Балацкий О. Ф., Халдеев В. Т. Выбор и обоснование балльной системы факторов при корреляционном анализе заболеваемости городского населения. – В кн.: Общие методические и теоретические вопросы гигиены атмосферного воздуха. М., 1973, с. 87-96.
3. Белоконов В. А., Рудченко А. Ю. Социально-экономические аспекты охраны природы. Киев: Знание, 1981. – 21 с.
4. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы.— Л.: Гидрометеоиздат, 1975.
5. Блехцин И. Я., Минеев В. А. Производственные силы СССР и окружающая среда.— М.: Мысль, 1981. -214 с.
6. Брезнер А. С., Моисеев Н. Н., Ерешко Ф. И. Системный подход к исследованию проблемы межбассейновой переброски стока // Водные ресурсы, 1981, № 1, с. 5-22.
7. В Гослесхозе СССР // Лесное хозяйство, 1980, № 6, с. 73.
8. Влияние загрязнений воздуха на растительность.-М.: Лесная промышленность, 1981. -181 с.
9. Вопросы малоотходных и безотходных технологий // Материалы Международного симпозиума стран—членов СЭВ. Т. 1-3. М., 1978.
10. Временная типовая методика определения экономической эффективности осуществления природоохранных мероприятий и оценки экономического ущерба, причиняемого народному хозяйству загрязнением окружающей среды.- М., 1983. – 124 с.